

滑坡稳定性分析的点安全系数法

杨涛¹, 周德培¹, 马惠民², 张忠平²

(1. 西南交通大学 岩土工程系, 成都 610031; 2. 中铁西北科学研究院, 兰州 730000)

摘要: 建立滑坡数值计算的三维模型, 将滑带离散为薄层 8 节点六面体单元, 采用基于摩尔-库仑强度准则的理想弹塑性本构模型模拟滑带材料, 通过数值计算, 可获得滑带单元的三维应力状态和滑动方向。定义单元点安全系数为滑带单元抗剪强度与滑面上平行滑动方向的剪应力之比, 定义滑坡整体安全系数为单元点安全系数对滑带面积的加权平均值。采用点安全系数分析滑坡的空间滑动机制, 采用整体安全系数评价滑坡稳定性。算例分析表明, 分析结果符合现场实际情况。

关键词: 滑坡; 滑动机制; 点安全系数; 数值计算

中图分类号: O 29

文献标识码: A

Point safety factor method for stability analysis of landslide

YANG Tao¹, ZHOU De-pei¹, MA Hui-min², ZHANG Zhong-ping²

(1. Department of Geotechnical Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China;

2. Northwest Research Institute of Co., Ltd. of C. R. E. C., Lanzhou 730000, China)

Abstract: A 3-D model for numerical calculation of landslide is proposed; and a high-precision eight-node hexahedron element is used to build the finite element grid of slip layer. The slip layer material is simulated by an ideal elastoplastic model based on the Mohr-Coulomb criterion. Three-dimensional stress state and slide direction of the slip layer zone are obtained by numerical computation. So based on the analysis of the three-dimensional stress state of the slip layer zone, a point safety factor as the ratio of the shear strength of the slip zone to the shear stress parallel to the gliding direction is defined; and the safety factor of the landslide as the weighted average value of the zone point safety factor with its zone is defined. The sliding mechanism is studied through zone point safety factor; and landslide stability can be evaluated through the safety factor. The case studies show that the calculated results are consistent with the actual cases.

Key words: landslide; sliding mechanism; point safety factor; numerical computation

1 引言

大型滑坡总是会造成严重后果^[1-2]。对于滑坡研究, 工程界集中于研究滑坡的失稳破坏机制和稳定性程度。其中, 极限平衡法用以研究滑坡稳定性, 其发展最为成熟^[3-5]。但极限平衡法只能得到整体安全系数, 无法确定滑面上各点不同的稳定程度, 因此, 不能较好地分析滑坡滑动机制。随着计算机技术的高速发展, 有限元方法越来越多地在边坡工程中得以应用, 它不需要事先假定破坏面的形状或位置, 通过应力或变形的分析来确定滑坡的稳定性。文献[6-9]采用强度折减法确定滑坡的整体安全系数, 滑坡安全系数 F 定义为

$$\begin{cases} c_e = \frac{c}{F} \\ \varphi_e = \arctan(\tan \varphi / F) \end{cases} \quad (1)$$

式(1)表示岩体粘聚力 c 和内摩擦角的正切值 $\tan \varphi$ 同时除以一个折减系数 F , 得到一组新的 c_e 、 φ_e 值, 坡体计算结果不收敛, 此时折减系数 F 就是安全系数。

还有一些研究者将有限元应力成果整理到滑面上, 再按刚体极限平衡法的方式确定滑坡安全系数。文献[10]通过有限元计算出坡体应力场后, 采用下式计算滑面的安全系数:

$$K = \frac{\sum_{i=1}^m (N_i \tan \varphi_i + c_i A_i)}{\sum_{i=1}^m T_i} \quad (2)$$

式中: m 为滑坡体内滑动面个数; N_i 为第 i 个滑动面上的法向力; T_i 为第 i 个滑动面上沿滑动方向的切向力; A_i 为第 i 个滑动面上扣除受拉区后的面积。

文献[11-12]对安全系数的定义方法进行了较全面的讨论,并推荐了安全系数的合理应用方法。式(1)和式(2)定义的安全系数,也是坡体的整体安全系数,无法据此评价滑带不同部位的稳定程度。式(2)的安全系数定义是数值计算方法和传统极限平衡方法相结合的一种应用,但无论是滑面上的法向力还是切向力,在不同单元上一般具有不同的方向,都是矢量,矢量之间进行简单的代数相加以代表合力作用,其合理性还需进一步研究。极限平衡法和数值分析确定滑坡安全系数,多用于二维边坡的稳定性分析,而滑坡都具有不同的空间形态,应从三维角度进行分析,但目前对滑坡的分析,还没有成熟和简单适用的三维分析方法。

本文提出一种新的安全系数定义方法,在已知滑面的情况下,采用薄层 8 节点六面体单元离散滑带,通过三维数值分析确定滑带单元的空间应力状态,在滑带单元上定义点安全系数,滑带单元点安全系数对滑带面积的加权平均作为滑坡的整体安全系数。通过分析滑带单元点安全系数的分布规律研究滑坡的空间滑动机制,进行针对性的支挡防护,而用整体安全系数评价滑坡的整体稳定性。

2 滑带单元应力计算

滑带上点安全系数的计算,依赖于对滑带上应力状态的分析,可采用一般的三维数值计算方法获得滑带上的应力状态。但需将滑带离散为薄层单元,即在滑带的法向上,单元尺寸(d)较小。可根据滑坡的规模确定,尽可能使滑带单元薄,但还需顾及整个计算模型中单元尺寸的协调性,差别不宜太大。在滑带的切向上,使单元尺寸(l)较厚度(d)大得多,可使 $l > 5d$,以保证能够准确确定滑带单元的法向量。

滑坡组成可分为滑体、滑带和滑床。滑体计算结果控制着滑带单元的应力状态,单元尺寸要求与计算模型相协调,材料本构关系可选用与岩土体性质相适应的非线性本构关系。滑床是滑坡产生滑动的底座,为简化计算,可采用弹性本构模型。为保证滑带单元与滑床有较充分的变形差异,可将滑床

的弹性模量取值较滑带尽可能大。

滑带单元的应力强度准则采用摩尔-库仑准则(M-C 准则):

$$\tau = -\sigma \tan \varphi + c \quad (3)$$

式中: c 、 φ 为滑带岩体的抗剪强度参数。

计算分为 3 个步骤:

(1) 计算步 1: 全计算域选用弹性本构模型,计算坡体的应力场;

(2) 计算步 2: 选用与坡体材料相应的本构模型,计算坡体实际应力场;

(3) 计算步 3: 分析计算步 1 和计算步 2,得到滑带单元节点计算步 2 相对于计算步 1 的位移增量。

通过上述计算步骤,得到了滑带单元的实际应力状态和滑带单元上各节点真实的滑动方向,可以据此计算滑带单元的点安全系数和滑坡的整体安全系数。

3 滑带单元安全系数的计算

3.1 滑面法向量和切向量

滑带被离散为薄层六面体单元,单元的长边与滑带平行,短边与滑带近于垂直,对 8 节点六面体单元的节点按 1~8 编号,如图 1 所示。设节点坐标为: x_i, y_i, z_i ($i=1\sim 8$)。

易得单元短边中点 $p_{1,4}$ 、 $p_{2,7}$ 、 $p_{3,6}$ 、 $p_{5,8}$ 的坐标值。例如,节点 1 和节点 4 的中点坐标表示为: $p_{1,4}^x$ 、 $p_{1,4}^y$ 、 $p_{1,4}^z$ 。 $p_{1,4}$ 、 $p_{2,7}$ 、 $p_{3,6}$ 、 $p_{5,8}$ 构成六面体的最大面积中截面。

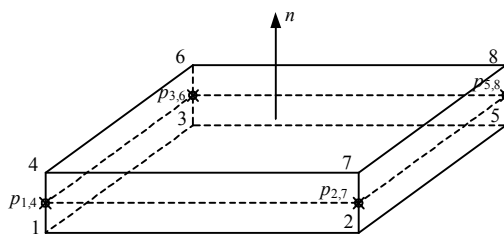


图 1 滑带单位节点编号

Fig.1 Node number of the slip zone

显然,向量 $\overrightarrow{p_{1,4}p_{2,7}}$ 与向量 $\overrightarrow{p_{1,4}p_{3,6}}$ 的叉积就是单元形心所在点的滑面法向量,其坐标表示式为

$$\mathbf{n} = \overrightarrow{p_{1,4}p_{2,7}} \times \overrightarrow{p_{1,4}p_{3,6}} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ p_{2,7}^x - p_{1,4}^x & p_{2,7}^y - p_{1,4}^y & p_{2,7}^z - p_{1,4}^z \\ p_{3,6}^x - p_{1,4}^x & p_{3,6}^y - p_{1,4}^y & p_{3,6}^z - p_{1,4}^z \end{vmatrix} \quad (4)$$

由于滑带材料的抗剪强度较低,计算步 2 中滑带被定义为塑性本构模型时,滑带单元会出现塑性

流动, 单元节点会产生位移增量。计算 8 个节点的平均位移, 就是单元中心的位移, 单元中心位移矢量 $\mathbf{v}$ 的分量 (v_x 、 v_y 、 v_z) 为

$$\begin{cases} v_x = \frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 u_x^i \\ v_y = \frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 u_y^i \\ v_z = \frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 u_z^i \end{cases} \quad (5)$$

式中: u_x^i 、 u_y^i 、 u_z^i 分别表示研究单元 i 节点 x 、 y 、 z 方向的位移分量。

单元中心位移矢量在面 $p_{1,4}p_{2,7}p_{3,6}$ 上的投影 $\mathbf{s}$ 就是单元的滑动方向, 即:

$$\mathbf{s} = (\mathbf{n} \times \mathbf{v}) \times \mathbf{n} \quad (6)$$

其分量 (s_x 、 s_y 、 s_z) 为

$$\begin{cases} s_x = (n_z v_y - n_y v_z) n_x - (n_x v_y - n_y v_x) n_z \\ s_y = (n_x v_z - n_z v_x) n_y - (n_y v_z - n_z v_y) n_x \\ s_z = (n_y v_x - n_x v_y) n_z - (n_z v_x - n_x v_z) n_y \end{cases} \quad (7)$$

三角形 $\Delta p_{1,4}p_{2,7}p_{3,6}$ 的面积可由 $p_{1,4}$ 、 $p_{2,7}$ 和 $p_{3,6}$ 3 点的坐标计算得到:

$$S_{\Delta p_{1,4}p_{2,7}p_{3,6}} = \frac{1}{2} \left| \overrightarrow{p_{1,4}p_{2,7}} \times \overrightarrow{p_{1,4}p_{3,6}} \right| \quad (8)$$

同样, 可求得三角形 $\Delta p_{5,8}p_{2,7}p_{3,6}$ 的面积。

三角形 $\Delta p_{1,4}p_{2,7}p_{3,6}$ 和三角形 $\Delta p_{5,8}p_{2,7}p_{3,6}$ 的面积之和 S_E 就是单元所代表的滑带面积。

3.2 滑面上的正应力和剪应力

如图 2 所示, A 点为单元中心, 已知单元的 6 个应力分量 σ_x 、 σ_y 、 σ_z 、 τ_{xy} 、 τ_{yz} 、 τ_{zx} 。通过 A 点的任意斜截面 BCD 上的正应力分量 p_{nx} 、 p_{ny} 、 p_{nz} 与该点的 6 个应力分量的关系为^[13]:

$$\begin{Bmatrix} p_{nx} \\ p_{ny} \\ p_{nz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} l \\ m \\ n \end{Bmatrix} \quad (9)$$

式中: $l = \cos \alpha$, $m = \cos \beta$, $n = \cos \gamma$;

α 、 β 、 γ 为斜截面 BCD 的外法线 $\bar{N}$ 与坐标轴 x 、 y 、 z 的正向的夹角。

据此求得斜截面上的正应力 σ_n 为

$$\sigma_n = p_{nx}l + p_{ny}m + p_{nz}n \quad (10)$$

将式 (4) 表示的滑面法向量单位化后, 令:

$$l = n_x, m = n_y, n = n_z \quad (11)$$

式中: n_x 、 n_y 、 n_z 分别表示向量 $\mathbf{n}$ 的单位坐标分量。

将式 (11) 代入式 (10), 即得单元法向应力 (滑面正应力) σ_n ;

同理, 将式 (7) 表示的单元滑动方向向量单位化后, 令:

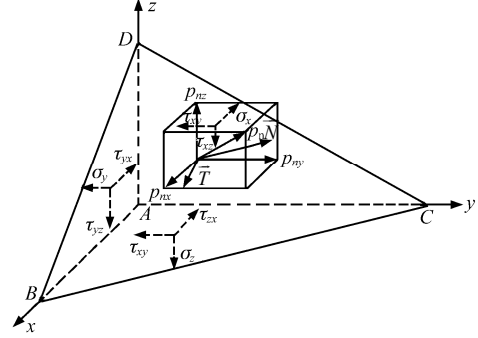


图 2 空间点的应力状态
Fig.2 Stress state of space point

$$l = s_x, m = s_y, n = s_z \quad (12)$$

式中: s_x 、 s_y 、 s_z 分别为向量 $\mathbf{s}$ 的单位坐标分量。

将式 (12) 代入式 (10), 即得单元切向应力 (滑面滑动方向剪应力) τ 。

3.3 安全系数定义

数值计算过程中, 滑带单元出现剪切塑性屈服, 只表明该点在最危险截面上的压应力和垂直该压应力平面上的最大剪应力间满足屈服准则, 这一压应力并不一定在该点垂直于滑面, 即使这一压应力在该点垂直于滑面, 也不能保证滑面上的最大剪应力与滑动方向一致。因此, 滑带单元上一点出现剪切塑性屈服, 并不意味着垂直滑带的正应力和平行滑动方向的剪应力间也满足屈服准则。任何一个滑带单元, 都受到相邻滑带单元的约束, 其变形需要满足变形协调条件, 因此, 并不是说, 滑带单元全部发生塑性屈服就意味着滑坡整体安全系数小于 1, 滑坡一定会失稳。而只有所有滑带单元垂直滑带的正应力和平行滑动方向的剪应力间满足屈服条件, 滑坡才会整体失稳。这也是数值计算中, 滑带单元完全塑性屈服, 而计算结果依然能够收敛的原因。

该点在滑动方向的抗剪强度由下式确定:

$$\tau_u = c + \sigma_n \tan \phi \quad (13)$$

式中: σ_n 为垂直滑带的正应力 (压为正), c 、 ϕ 分别为滑带材料的黏聚力和内摩擦角。

滑面该点的安全系数定义为^[14]:

$$F_E = \frac{\tau_u}{\tau} = \frac{c + \sigma_n \tan \phi}{\tau} \quad (14)$$

式中: τ 为滑带上该点滑动方向上的剪应力, 由式 (12) 和式 (10) 确定。

滑坡的整体安全系数定义为

$$F_{3d} = \frac{\sum_{i=1}^{ne} F_E^i S_E^i}{\sum_{i=1}^{ne} S_E^i} \quad (15)$$

式中: ne 为滑带单元总数; F_E^i 为单元 i 的安全系数; S_E^i 为单元 i 所代表的滑带面积。

采用数值方法计算坡体的应力场, 只要选用的本构模型合适, 能得到坡体中的真实应力场。基于 M-C 强度准则的理想弹塑性本构模型是岩土中最适用的一种本构模型, 用以模拟滑坡的滑带岩土体也是适宜的, 因此, 通过数值分析, 能得到准确的滑带单元的应力场。采用六面体单元对滑带进行离散, 六面体的最大面积中截面为一平面, 面上的正应力是该点真实的正应力。在计算过程中, 滑带发生塑性变形, 单元位移矢量方向代表该点真实的滑动方向, 其在最大面积中截面上的投影就是单元发生滑移的真实的剪应力方向, 因此, 采用 M-C 强度准则定义单元形心点的安全系数也是符合实际的。由于滑带单元应力状态的差异和滑动方向的不同, 滑带上不同点的安全系数一般并不一致, 其对滑带整体安全系数的贡献与其所代表的滑带面积有关, 滑带整体的安全系数通过点安全系数对面积的加权平均来评价, 这样避免了式 (2) 中对不同方向的法向力和切向力简单相加的不足。由此可见, 式 (14) 和式 (15) 计算的安全系数, 是对滑带空间稳定性的真实评价, 不作过多的计算假定。通过点单元安全系数的分析, 可以确定滑带不同部位的稳定程度, 评价滑坡在三维空间上的滑动机制, 这对于有针对性的滑坡整治, 无疑具有重要的指导意义。

4 实例分析

万梁高速公路张家坪滑坡为一大型古滑坡群, 位于万州区分水镇和梁平县曲水乡境内, 路线里程为 K34+600~K35+00, 滑坡体纵向长度约 1 km, 平行路线最大宽度达 320 m。自上而下可分为 3 级, 线路从中级滑坡前缘通过。开挖线路后, 中级滑坡复活, 前缘出现多道弧形裂缝。本文以中级滑坡中部的一个滑坡为例, 研究其滑动前的稳定性状态。滑坡横向宽为 110 m, 纵向长为 136 m, 滑体最大厚度为 21 m, 滑坡上部为崩坡积及洪坡积物, 堆积层下伏岩层为破碎、强风化呈泥状的砂岩、砂质泥岩夹页岩, 滑坡后缘为台阶状地貌, 揭示其为一古滑坡, 前期曾发生过滑动。经详细地质勘察确定了滑坡的滑面位置, 滑坡形态如图 3 所示。采用厚度为 0.2 m, 长度为 2 m 的 8 节点六面体单元对滑带

进行离散, 计算网格如图 4 所示。采用的计算参数如表 1 所示。

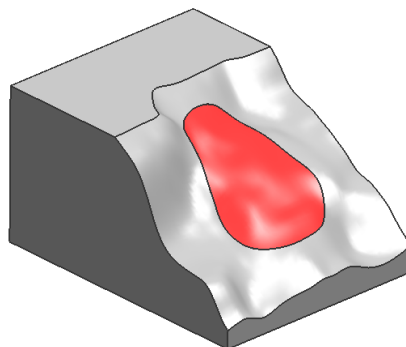


图 3 张家坪滑坡几何形态
Fig.3 Geometric model of Zhangjiaping landslide

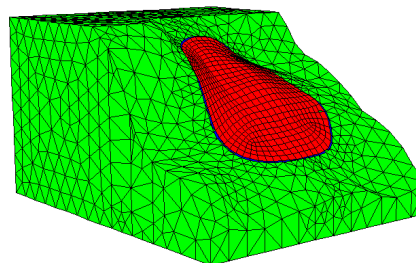


图 4 滑坡计算网格
Fig.4 Computational grids of Zhangjiaping landslide

表 1 计算参数
Table 1 Calculation parameters

岩体类别	弹性模量 /MPa	泊松比	内聚力 /kPa	内摩擦角 /(°)	重度 /(kN/m ³)
滑体	80	0.3	40	25	19
滑带	80	0.35	30	21	19
滑床	800	0.25	120	28	20

计算得到滑坡的整体安全系数为 1.055, 滑面各点的安全系数等值线和滑动方向如图 5 所示。可见, 计算的滑动方向与滑带基本平行, 符合滑坡的运动规律。从点安全系数的分布规律来看, 滑坡后缘区域点安全系数小于 1.0, 解释了滑坡后缘出现滑动台阶的前期破坏现象; 滑坡前缘安全系数大于 1.0, 滑坡整体安全系数略大于 1.0, 与目前滑坡还没有发生整体滑移的现象相吻合。由此可见, 计算结果与滑坡的稳定性现状是非常符合的。而且, 滑带前部点安全系数大于 1.0, 中段为极限平衡状态, 与滑坡的 3 段式理论相符合^[15]。滑带前缘为阻滑段, 线路开挖将阻滑段岩体挖出, 势必会降低滑坡稳定性, 造成坡体应力调整, 导致滑坡复活, 这与工程中出现的滑坡变形现象完全一致。据此进行了针对性防护, 目前滑坡稳定性状态良好, 保障了线路运营安全。

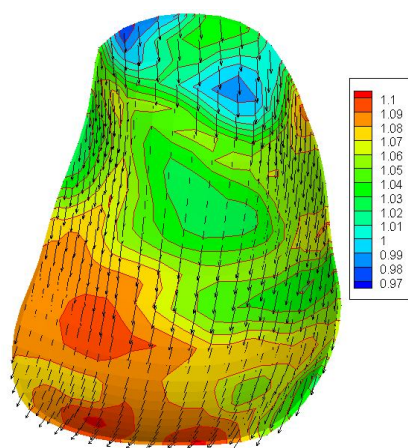


图5 滑带位移矢量及点安全系数分布

Fig.5 Displacement vectors and point safety factors of slide zone

5 结 语

滑坡体总是具有明显的空间效应, 平面分析结果是对滑坡稳定性的近似, 不能完全代表滑坡的真实稳定性。本文立足于建立任意形状的滑坡三维分析模型, 将滑带离散为薄层六面体单元, 采用数值方法确定滑坡体的真实应力场和位移场, 进行单元分析, 得到滑带单元的正应力和滑动方向上的剪应力, 根据 M-C 强度准则定义单元点安全系数, 分析滑带点安全系数的空间分布规律, 认识滑坡的空间滑动机制。通过点安全系数对单元中截面面积的加权平均确定滑坡的整体安全系数, 以评价滑坡的整体稳定性。计算基于坡体中真实的应力场和单元抗剪强度参数, 安全系数定义避免了不同方向上抗滑力和下滑力的简单相加, 因而更加合理。实际工程算例分析表明, 滑坡的整体安全系数和点安全系数的分布符合实际演变过程, 能揭示滑坡的整体稳定性程度, 解释滑坡的空间滑动机制。

本文是对滑坡空间稳定性评价的一种方法探索, 从现有工程实例来看, 计算结果能较好地解释滑坡的宏观变形现象, 但本文方法是否具有普适性, 还需要更多的工程事例加以检验。

参 考 文 献

- [1] JAEGER C. The Vajont rock slide[J]. **Water Power**, 1965, 17(4): 142—144.
- [2] 张光斗. 法国马尔帕赛拱坝失事的启示[J]. 水力发电学报, 1998, (4): 96—98.
ZHANG Guang-dou. Lessons from the failure of Malpasset arch dam[J]. **Journal of Hydroelectric Engineering**, 1998, (4): 96—98.
- [3] MORGENSTERN N R, PRICE V E. The analysis of the stability of general slip surfaces[J]. **Geotechnique**, 1965, 15(1): 79—93.
- [4] 刘华丽, 朱大勇, 刘德富. 边坡安全系数的多解性讨论[J]. 岩土力学, 2007, 28(8): 1661—1664.
LIU Hua-li, ZHU Da-yong, LIU De-fu. Discussion on multiple solution of safety factor of a slope[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2007, 28(8): 1661—1664.
- [5] 胡修文, 唐辉明, 刘佑荣. 传递系数法的模型试验验证[J]. 岩土力学, 2005, 26(1): 63—66.
HU Xiu-wen, TANG Hui-ming, LIU You-rong. Verification of transfer coefficient method applied to landslide stability analysis by physical model test[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2005, 26(1): 63—66.
- [6] ZIENKIEWICZ O C, HUMPHESON C, LEWIS R W. Associated and non-associated visco-plasticity and plasticity in soil mechanics[J]. **Geotechnique**, 1975, 25(4): 671—689.
- [7] 刘祚秋, 周翠英, 董立国. 边坡稳定及加固分析的有限元强度折减法[J]. 岩土力学, 2005, 26(4): 558—561.
LIU Zuo-qiu, ZHOU Cui-ying, DONG Li-guo. Slope stability and strengthening analysis by strength reduction FEM[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2005, 26(4): 558—561.
- [8] 连锁营, 韩国城, 孔宪京. 强度折减法研究开挖边坡的稳定性[J]. 岩土工程学报, 2001, 23(4): 407—411.
LIAN Zhen-ying, HAN Guo-cheng, KONG Xian-jing. Stability analysis of excavation by strength reduction FEM[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2001, 23(4): 406—411.
- [9] 刘金龙, 栾茂田, 赵少飞. 关于强度折减有限元方法中边坡失稳判据的讨论[J]. 岩土力学, 2005, 26(8): 1345—1348.
LIU Jin-long, LUAN Mao-tian, ZHAO Shao-fei. Discussion on criteria for evaluating stability of slope in elastoplastic FEM based on shear strength reduction technique[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2005, 26(8): 1345—1348.
- [10] 李同春, 卢智灵, 姚纬明, 等. 边坡抗滑稳定安全系数的有限元迭代解法[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(3): 446—450.
LI Tong-chun, LU Zhi-ling, YAO Wei-ming, et al. Finite element iteration method for stability safety factor of slopes against sliding[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2003, 22(3): 446—450.
- [11] 郑宏, 田斌, 刘德富, 等. 关于有限元边坡稳定性分析中安全系数的定义问题[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(13): 2225—2230.
ZHENG Hong, TIAN Bin, LIU De-fu. On definitions of safety factor of slope stability analysis with finite element method[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2005, 24(13): 2225—2230.
- [12] 邓建辉, 张嘉翔, 闵弘. 基于强度折减概念的滑坡稳定性三维分析方法(II): 加固安全系数计算[J]. 岩土力学, 2004, 25(6): 871—875.
DENG Jian-hui, ZHANG Jia-xiang, Min Hong. 3D stability analysis of landslides based on strength reduction(II): Evaluation of reinforcing factor of safety[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2004, 25(6): 871—875.
- [13] 徐芝纶. 弹性力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 1990.
- [14] 杨涛. 工程高边坡病害空间预测理论及其应用[D]. 西南交通大学, 2006.
- [15] 徐邦栋. 滑坡分析与防治[M]. 北京: 中国铁道出版社, 2001.